

Программа вступительного испытания по математике, проводимого Академией самостоятельно для отдельных категорий граждан в соответствии с Правилами приема

На вступительном экзамене по математике поступающий должен показать:

- умение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- умение выполнять вычисления и преобразования;
- умение решать уравнения и неравенства;
- умение выполнять действия с функциями;
- умение строить и исследовать простейшие математические модели;
- умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.

Вступительное испытание проводится в форме теста. Тест состоит из 20 заданий и оценивается из расчета 100 баллов. Время выполнения заданий – 90 минут.

Содержание вступительного испытания по математике

Алгебра

1. Числа, корни и степени
 - 1.1. Целые числа.
 - 1.2. Степень с натуральным показателем.
 - 1.3. Дроби, проценты, рациональные числа.
 - 1.4. Степень с целым показателем.
 - 1.5. Корень степени $n > 1$ и его свойства.
 - 1.6. Степень с рациональным показателем и её свойства.
 - 1.7. Свойства степени с действительным показателем.
2. Основы тригонометрии
 - 2.1. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла.
 - 2.2. Радианная мера угла.
 - 2.3. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.
 - 2.4. Основные тригонометрические тождества.
 - 2.5. Формулы приведения.
 - 2.6. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов.
 - 2.7. Синус и косинус двойного угла.
3. Логарифмы
 - 3.1. Логарифм числа.
 - 3.2. Логарифм произведения, частного, степени.
 - 3.3. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .
4. Преобразования выражений

- 4.1. Преобразования выражений, включающих арифметические операции.
- 4.2. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень.
- 4.3. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени.
- 4.4. Преобразования тригонометрических выражений.
- 4.5. Преобразования выражений, включающих операцию логарифмирования.
- 4.6. Модуль (абсолютная величина) числа.

Уравнения и неравенства

1. Уравнения

- 1.1. Квадратные уравнения.
- 1.2. Рациональные уравнения.
- 1.3. Иррациональные уравнения.
- 1.4. Тригонометрические уравнения.
- 1.5. Показательные уравнения.
- 1.6. Логарифмические уравнения.
- 1.7. Равносильность уравнений, систем уравнений.
- 1.8. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными.
- 1.9. Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных.
- 1.10. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений.
- 1.11. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем.
- 1.12. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

2. Неравенства

- 2.1. Квадратные неравенства.
- 2.2. Рациональные неравенства.
- 2.3. Показательные неравенства.
- 2.4. Логарифмические неравенства.
- 2.5. Системы линейных неравенств.
- 2.6. Системы неравенств с одной переменной.
- 2.7. Равносильность неравенств, систем неравенств.
- 2.8. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств.
- 2.9. Метод интервалов.
- 2.10. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

Функции

1. Определение и график функции

- 1.1. Функция, область определения функции.
- 1.2. Множество значений функции.
- 1.3. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.
- 1.4. Обратная функция. График обратной функции.
- 1.5. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.
2. Элементарное исследование функций
 - 2.1. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания.
 - 2.2. Чётность и нечётность функции.
 - 2.3. Периодичность функции.
 - 2.4. Ограниченность функции.
 - 2.5. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции.
 - 2.6. Наибольшее и наименьшее значения функции.
3. Основные элементарные функции
 - 3.1. Линейная функция, её график.
 - 3.2. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график.
 - 3.3. Квадратичная функция, её график.
 - 3.4. Степенная функция с натуральным показателем, её график.
 - 3.5. Тригонометрические функции, их графики.
 - 3.6. Показательная функция, её график.
 - 3.7. Логарифмическая функция, её график.

Начала математического анализа

1. Производная
 - 1.1. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной.
 - 1.2. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.
 - 1.3. Уравнение касательной к графику функции.
 - 1.4. Производные суммы, разности, произведения, частного.
 - 1.5. Производные основных элементарных функций.
 - 1.6. Вторая производная и её физический смысл.
2. Исследование функций
 - 2.1. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.
 - 2.2. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических задачах.
3. Первообразная и интеграл
 - 3.1. Первообразные элементарных функций.
 - 3.2. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

Геометрия

1. Планиметрия
 - 1.1. Треугольник.
 - 1.2. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат.
 - 1.3. Трапеция.
 - 1.4. Окружность и круг.
 - 1.5. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника.
 - 1.6. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника.
 - 1.7. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.
2. Прямые и плоскости в пространстве
 - 2.1. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых.
 - 2.2. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства.
 - 2.3. Параллельность плоскостей, признаки и свойства.
 - 2.4. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства, перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах.
 - 2.5. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства.
 - 2.6. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.
3. Многогранники
 - 3.1. Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма, правильная призма.
 - 3.2. Параллелепипед, куб. Симметрия в кубе, в параллелепипеде.
 - 3.3. Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида.
 - 3.4. Сечения куба, призмы, пирамиды.
 - 3.5. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).
4. Тела и поверхности вращения
 - 4.1. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка.
 - 4.2. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка.
 - 4.3. Шар и сфера, их сечения.
5. Измерение геометрических величин
 - 5.1. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности.
 - 5.2. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.
 - 5.3. Длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника.

- 5.4. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями.
- 5.5. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора.
- 5.6. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы.
- 5.7. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.
- 6. Координаты и векторы
 - 6.1. Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве.
 - 6.2. Формула расстояния между двумя точками, уравнение сферы.
 - 6.3. Вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов и умножение вектора на число.
 - 6.4. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
 - 6.5. Компланарные векторы. Разложение по трём некомпланарным векторам.
 - 6.6. Координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

- 1. Элементы комбинаторики
 - 1.1. Поочерёдный и одновременный выбор.
 - 1.2. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.
- 2. Элементы статистики
 - 2.1. Табличное и графическое представление данных.
 - 2.2. Числовые характеристики рядов данных.
- 3. Элементы теории вероятностей
 - 3.1. Вероятность события.
 - 3.2. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

Требования к поступающему

Поступающий должен уметь:

Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.

Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.

Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Уметь решать уравнения, системы уравнений и неравенств с параметрами.

Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии применять при решении геометрических задач.

Знать основные соотношения между тригонометрическими функциями. Формулы приведения. Формулы сложения и кратных углов. Уметь применять формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и осуществлять обратное преобразование.

Уметь решать тригонометрические уравнения и неравенства. Знать понятия обратных тригонометрических функций.

Владеть навыками решения задач на арифметическую прогрессию, геометрическую прогрессию и бесконечно убывающую геометрическую прогрессию

Владеть понятием производной, понимать область ее применения. Знать ее геометрический и механический смысл.

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами: решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей); решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы; определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

Уметь строить и исследовать простейшие математические модели: моделировать реальные ситуации на языке алгебры и геометрии, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий;

Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни: анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках.

Осуществлять практические расчеты по формулам, решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и

наименьшие значения. Решать задачи на проценты, на сплавы и смеси, на движение, на работу, задачи на плановое и фактическое выполнение задания.